

問題J : Rotation Game

原案：楠本

解答：楠本, 平澤

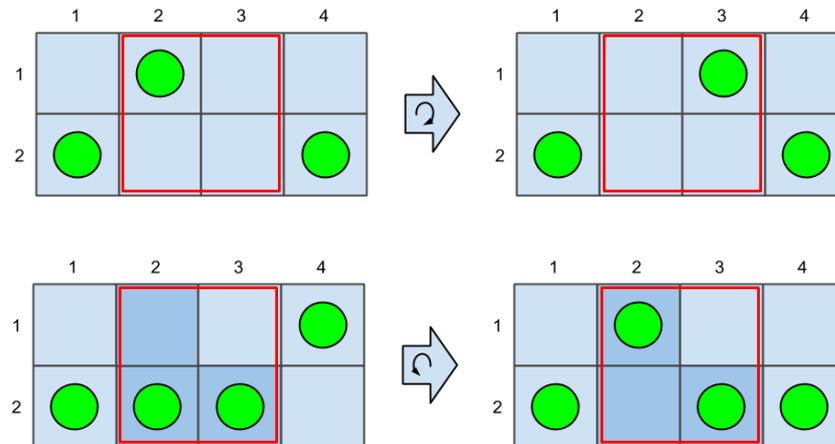
問題文：楠本

解説：楠本

概要

$W \times 2$ のマス目が与えられる。いくつかのマスに駒が置かれている。初期盤面とゴールの盤面が与えられるので、以下の2操作を繰り返して最短手数で初期盤面からゴールの盤面にしたい。

操作: (2x2の正方形) or (3マスの三角形) を選び、時計回りか反時計回りに駒の位置を回転させる。



概要

ゴールの盤面は, 各マスに対して

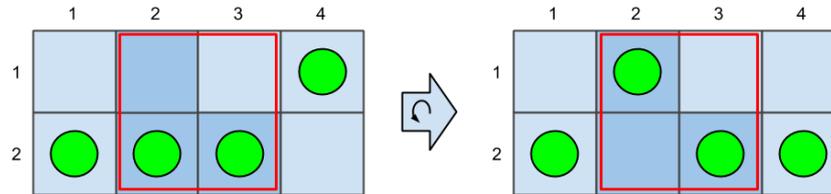
- 駒がないといけない ('o')
- 駒があってはいけない ('.')
- どちらでも良い ('*')

という制約が設けられる.

制約 : $W \leq 2000$

解法

三角形の回転について考える

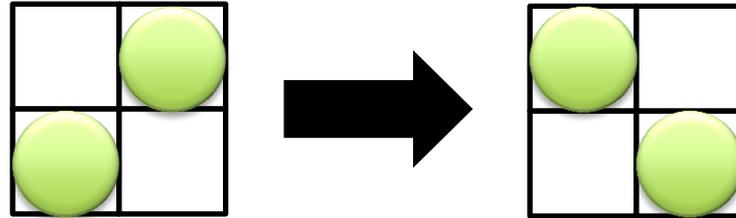


考察1. 三角形の回転によって高々1つの駒しか移動しない。
(証明) 場合分けするとわかります。

考察2. 三角形の回転によって任意の駒を上下左右斜めの
任意の方向に移動させることができる。
(証明) 場合分けするとわかります。

解法

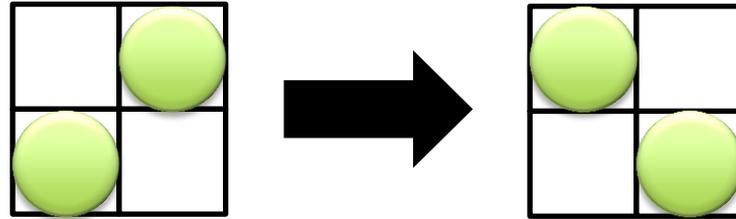
四角形の回転は？



考察3. 上のパターン以外は高々1つの駒しか移動しない.
(証明) 場合分けをするとわかります.

よって、「操作 = 駒を1つ上下左右斜めに動かす」と基本的に考えて良い。(↑の移動パターンだけ例外)

緩和

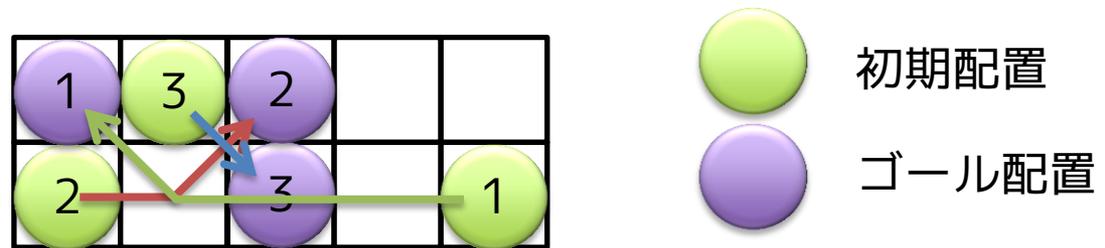


- 上記のパターンが無いときを考える.
- さらにゴール盤面で「どちらでも良い」も今は無視する.

初期盤面における各駒が、ゴールのどの駒に対応するのかを決めたとする.

緩和

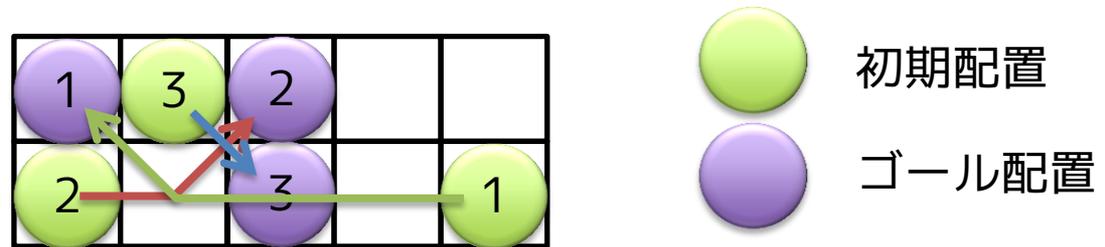
初期盤面における各駒が，ゴールのどの駒にマッチするの
かを決めたとする．



- 対応するそれぞれの駒のL_∞距離の和を，そのマッチングの距離とする．
- (操作の回数) ≥ (マッチングの距離)
- もし2つのマッチングが辺が交差するなら，その2辺を入れ替えることで交差してないようにできる．

緩和

- 初期盤面における各駒が、ゴールのどの駒にマッチするのかを決めたとする。



駒は他の駒をすり抜けて移動していると考えていい。

∴ うまく移動させることでそういうふうに移動できる
よって (操作の回数) = (マッチングの距離) としてよい。

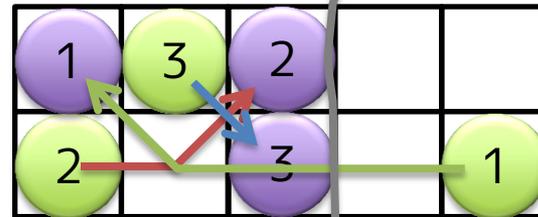
DP

マッチングの距離の最小値はDPすると求まる.

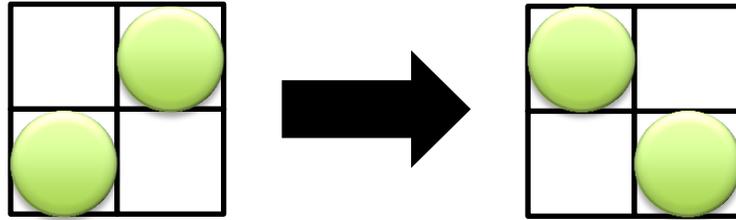
$dp[x][k] :=$ 盤面の x 列目と $x+1$ 列目の間の縦棒を
(\leftarrow 方向で横断するマッチ辺の個数)

- (\rightarrow 方向で横断するマッチ辺の個数) がちょうど k になる
ようなマッチングをとったときのそこまでのマッチング
距離の最小

とおく. これは $O(N^2)$ で計算可能.



DP



↑のパターンがある場合でも，同様にDPできる．

- ちょっと考察すると↑のパターンで移動させるのはこの正方形の周りにマッチ辺が出てない場合に限る．

ワイルドカードがある場合，ワイルドカードのとりうるものを全通り試せばよい．

- 細かい実装の続きはwebで

結果

First AC : (51110) kyurisan (296:58)

AC / Submission : 1 / 3