

JAG Regional Practice Contest 2014

問題 I -

Color The Map Extreme

原案:松本(ICPC 2004 Ehime)

解答例:森、井上、保坂

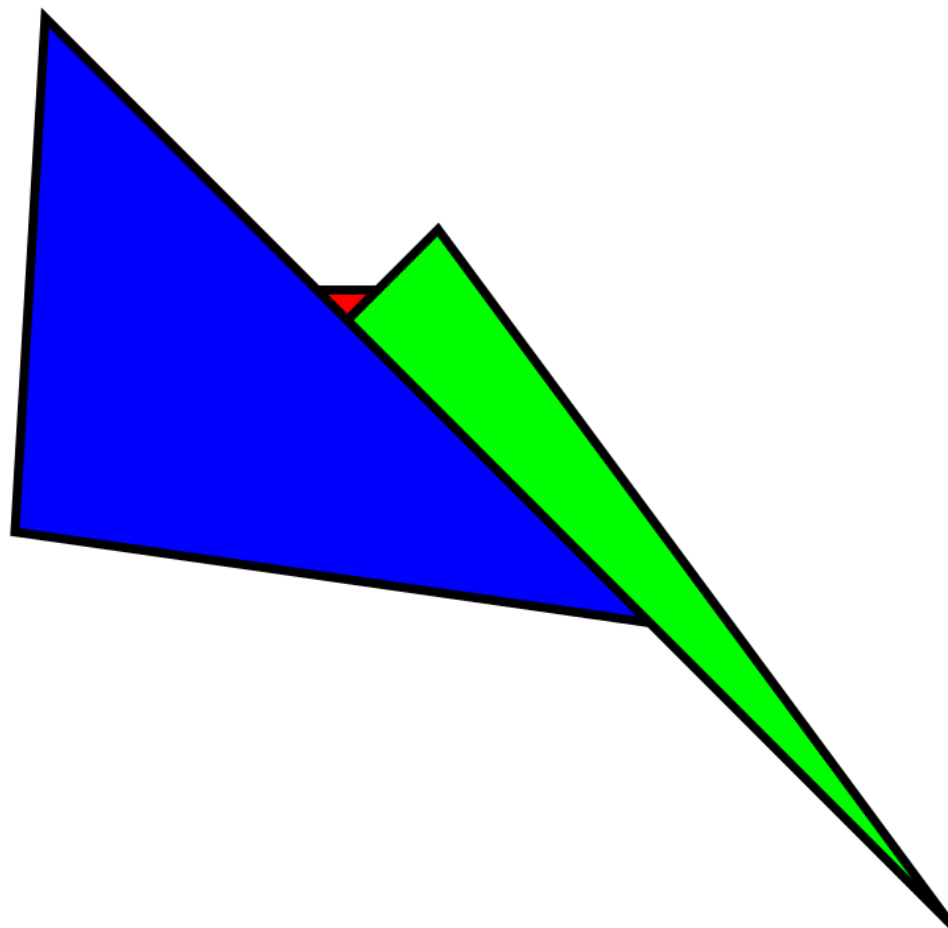
解説:森

問題

- ▶ 国が多角形で示された地図が与えられる
 - 国に飛び地は無し
- ▶ 平面彩色を行うためには何色必要か？

- ▶ $1 \leq n \leq 35$

サンプル1、2



サンプル3

J A C

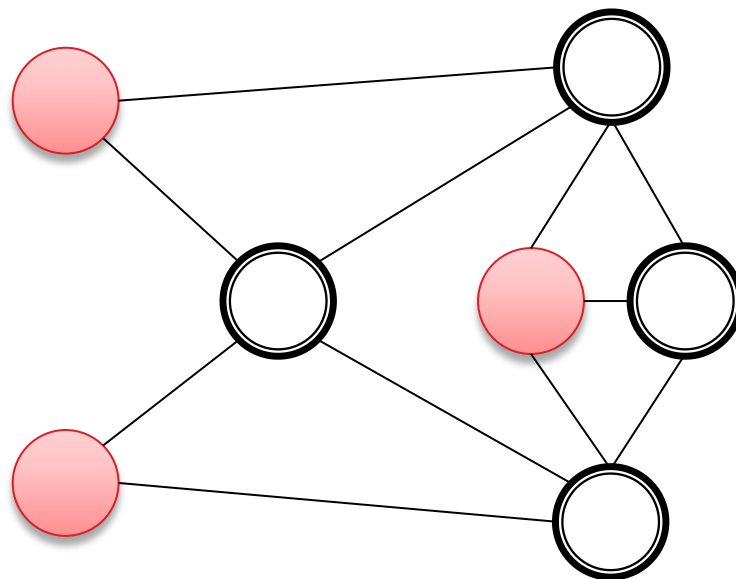
The image displays three stylized letters: 'J', 'A', and 'C'. Each letter is composed of multiple overlapping strokes in different colors. The letter 'J' is primarily blue. The letter 'A' is formed by a red stroke on the left, a green stroke on the right, and a blue horizontal crossbar. The letter 'C' is primarily blue, with a red stroke forming the horizontal bar of the 'G' shape on its right side. All letters have a thick black outline.

解法

- ▶ 地図から平面グラフに変換する
 - m は十分小さいので線分に共通部分があるか全探索する
 - 共通部分が点の場合は連結にならないことに注意
- ▶ 平面グラフは常に4色以下で彩色可能
 - 辺が無い場合のみ1色
 - 2部グラフの時のみ2色
 - あとは3色できるかどうかを判定すれば良い
- ▶ ただし、 $n \leq 35$ なので $O(2^n)$ はTLE

$O(2^n)$ で3彩色を考える

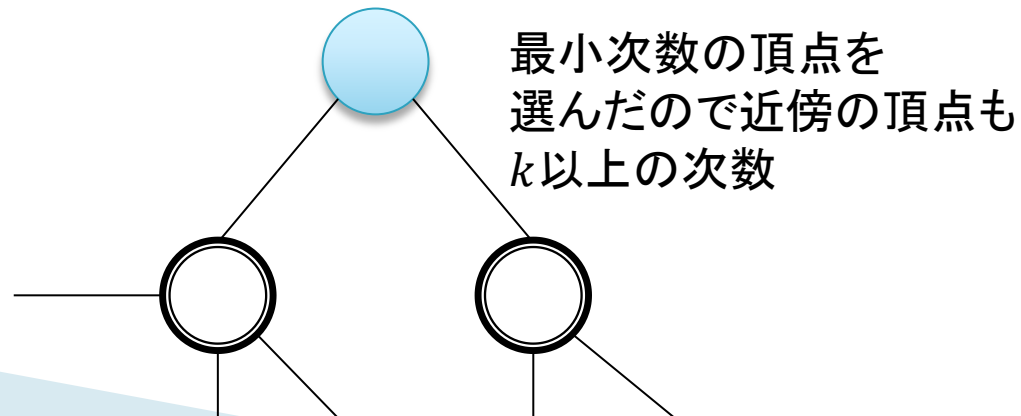
- ▶ 半分全列挙っぽいのは？
 - 特定の頂点集合を1色で塗って残りを2色で塗る
 - 1色で塗るためには独立集合である必要がある
 - なので、独立集合を列挙すれば良い
 - 2色の方は残った頂点を2彩色可能か $O(n)$ でチェックする



独立集合を取って1色決め打ちする

独立集合の数

- ▶ 極大な独立集合のみを見ることにすると独立集合の数は $O(3^{n/3} \doteq 1.44^n)$
 - 最小次数 k の頂点 v を使うか近傍の頂点を取るか考える
 - v の近傍の頂点を取ってもどちらでも残りの頂点の数は $k + 1$ 個以上減る
 - 分岐が $k + 1$ 択で $k + 1$ 個頂点が減るので $O((k + 1)^{n/(k+1)})$ で $k = 2$ の時最大
- ▶ 列挙も上記の方法でやれば $O(n3^{n/3})$ でできる



別解 (モンテカルロ法)

- ▶ 各頂点で使う色の候補をランダムに2個に減らす
 - 各頂点での選択肢が2択になったので2-SATで解ける
 - 各頂点で最低2/3の確率で正しい色を残すので全体で $(2/3)^n$ の以上の確率で正しい答えを返す
 - なので $O(1.5^n)$ 回程度試行すれば良い
- ただし、毎回2-SATのグラフを構築する必要があり、定数倍がきつくてTLE or WAしやすい

別解(探索)

- ▶ dfs順序で色を決めると $O(2^n)$ になる
- ▶ 探索の順序を工夫したり、枝刈りを入れると通る
 - MA Orderで探索(訪問済み頂点から最も多く隣接している頂点を選択)
 - 次数2以下の頂点を削除
- ▶ 以下の3つはTLE
 - K4があったら即打ち切る
 - 各連結成分ごとに処理
 - 入力をランダムシャッフル

ジャッジ解

- ▶ 森
 - 250行 6700B(独立集合列挙)
 - 310行 8300B(モンテカルロ法)
 - 299行 7900B(探索)
- ▶ 井上
 - 162行 3100B(探索)
- ▶ 保坂
 - 177行 4100B(独立集合列挙)

結果

▶ First AC

- 凍らせないでください。容器破損、成分の分離・沈殿につながります。(180分)

▶ AC / Submit

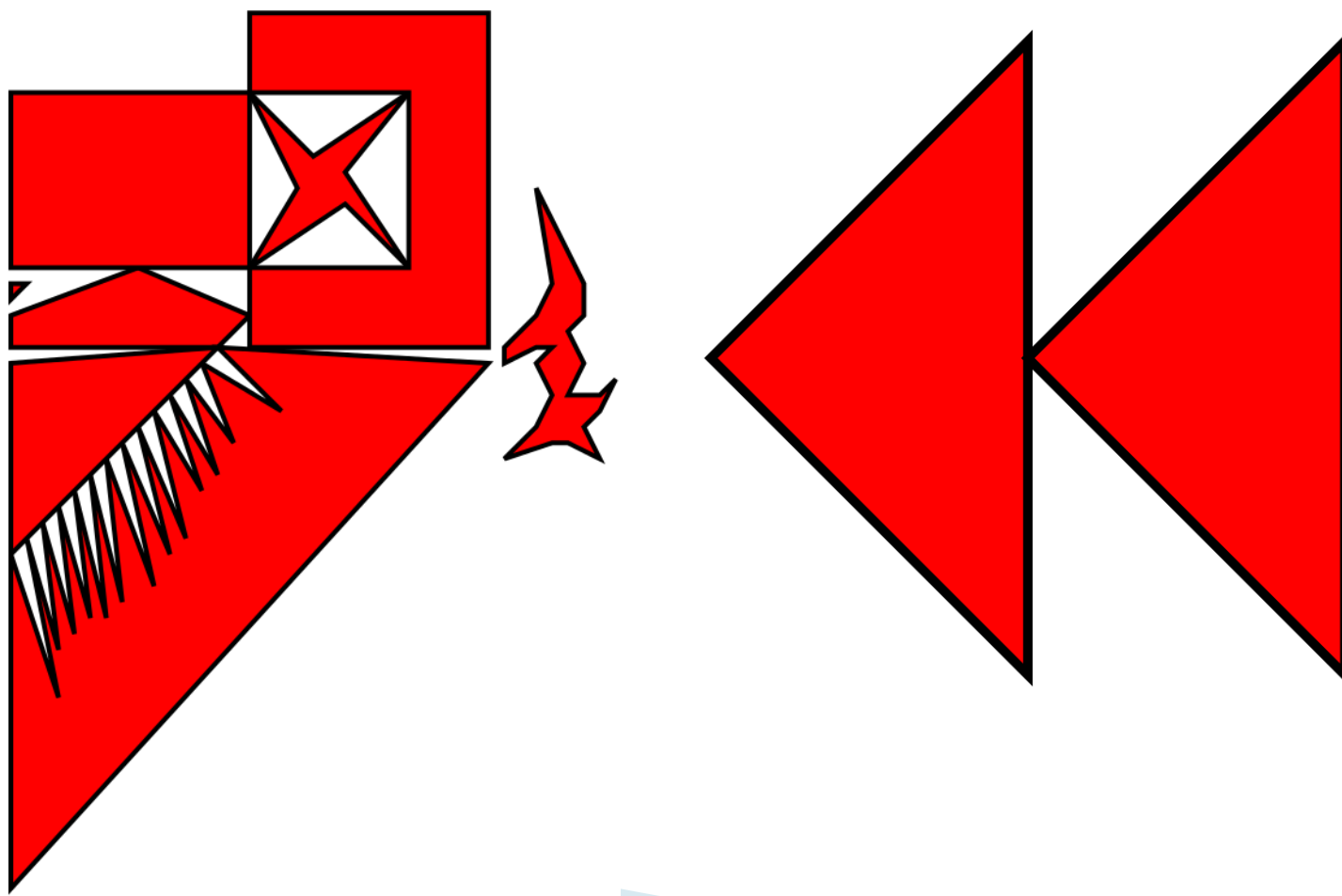
- 4 / 26 (15%)

▶ AC / Trying people

- 4 / 10 (38%)

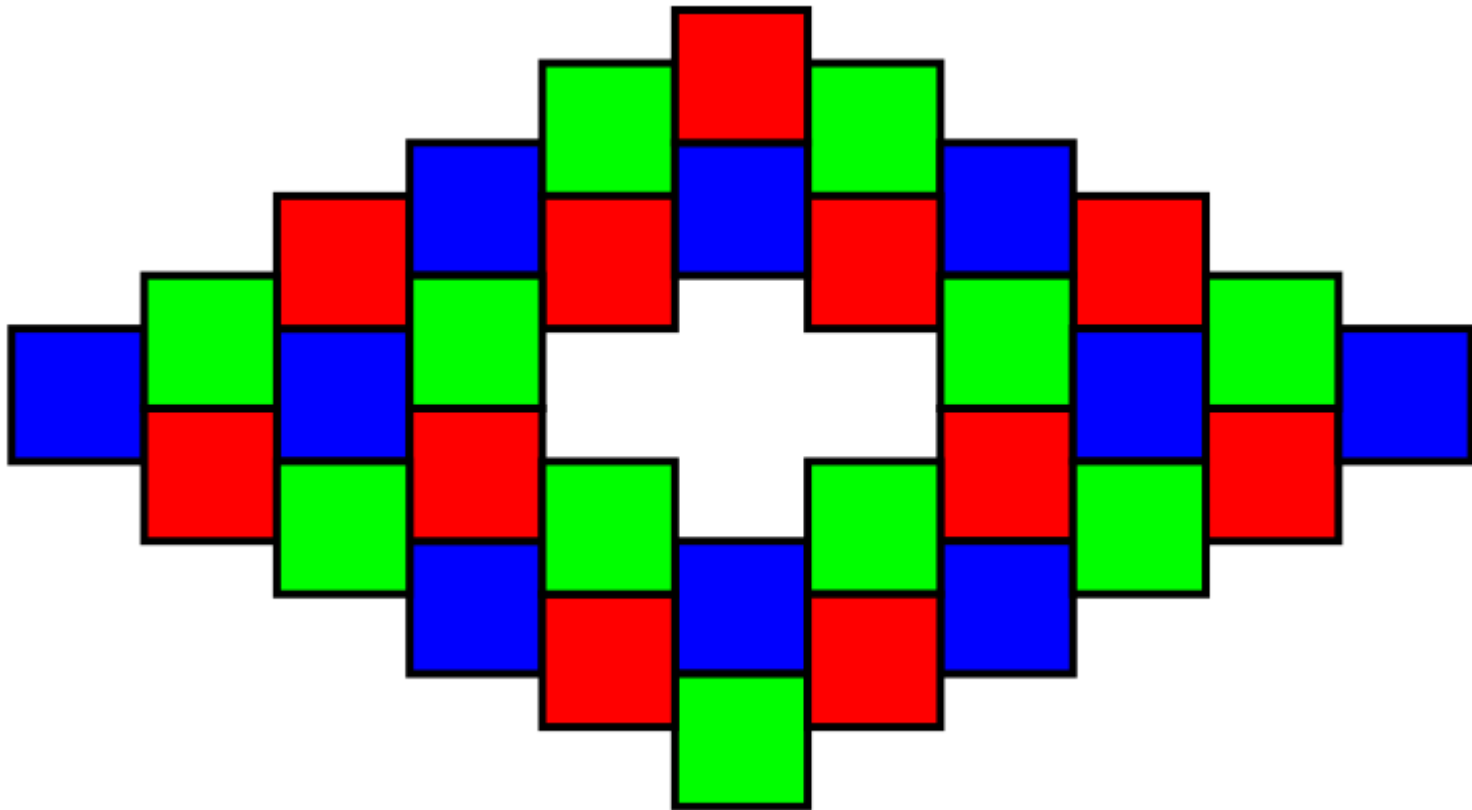
入力例

- ▶ 幾何パート用



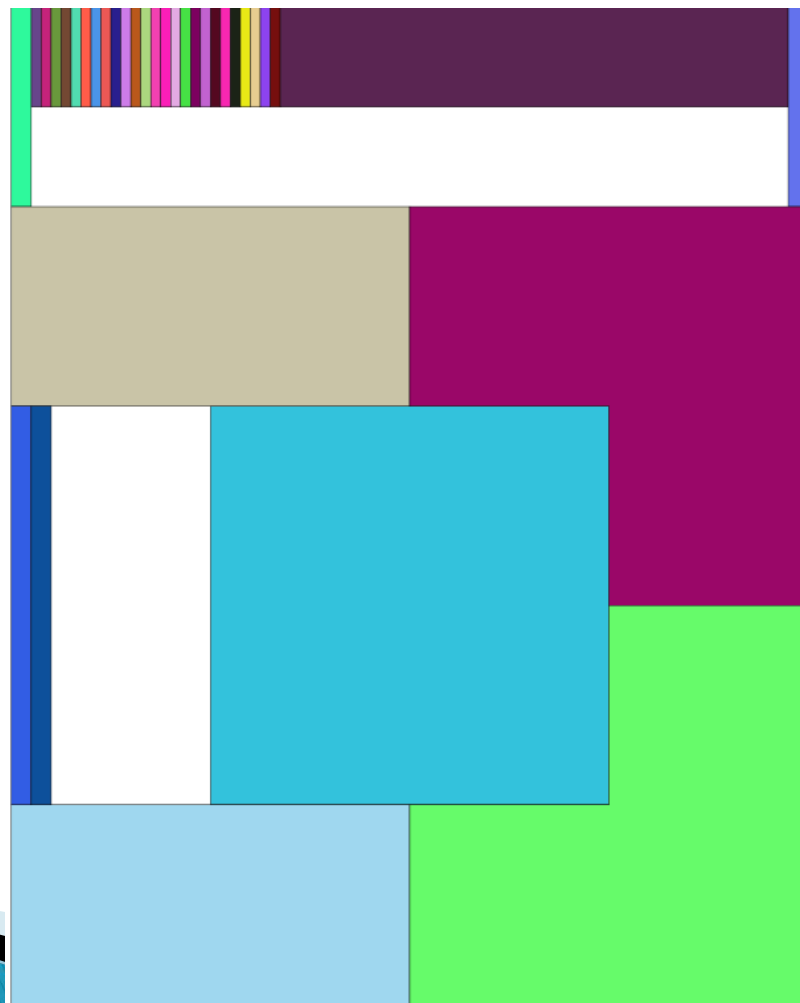
入力例

- ▶ 答えが6通りしかない



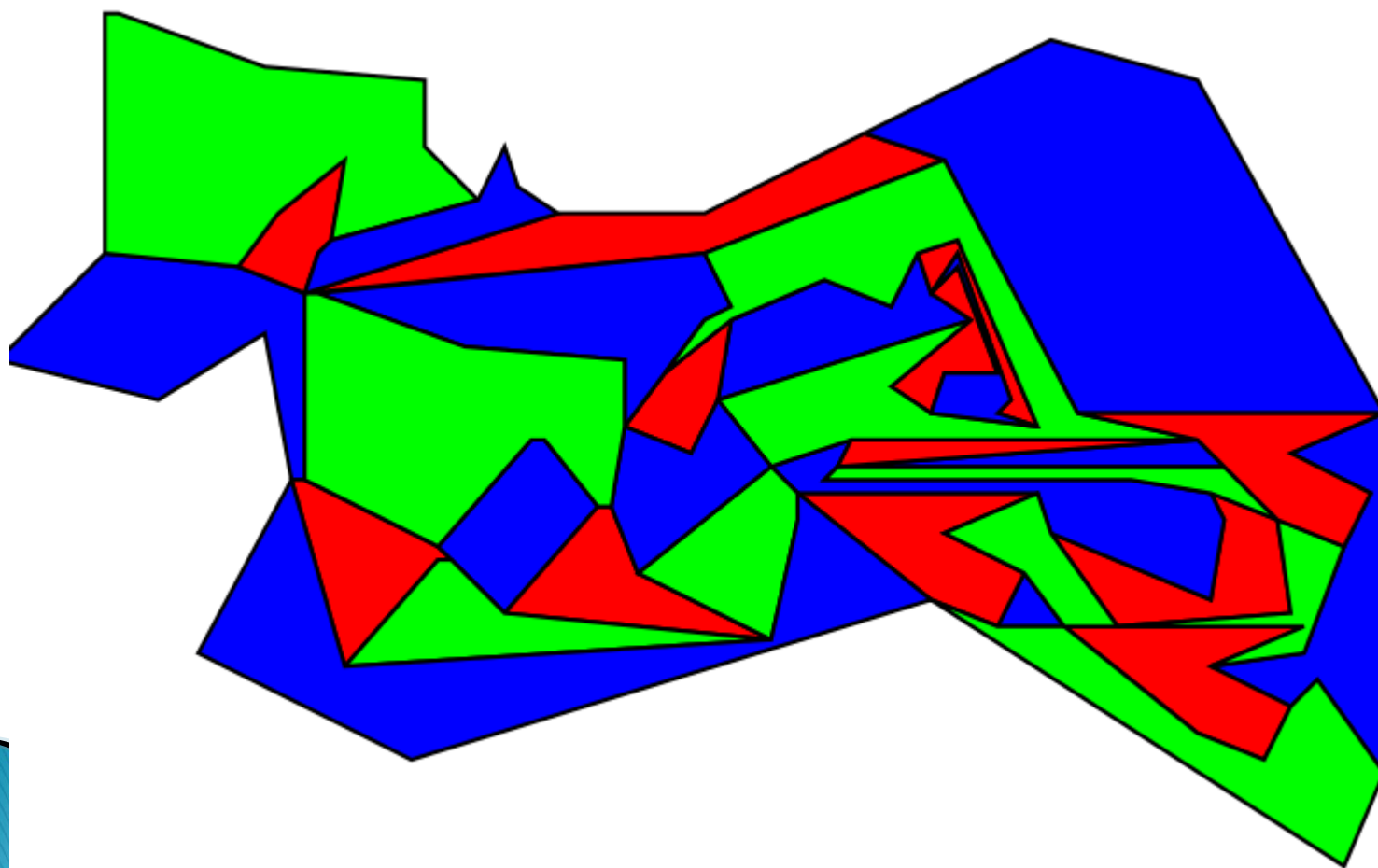
入力例

- ▶ $O(2^n)$ 探索解落とす用

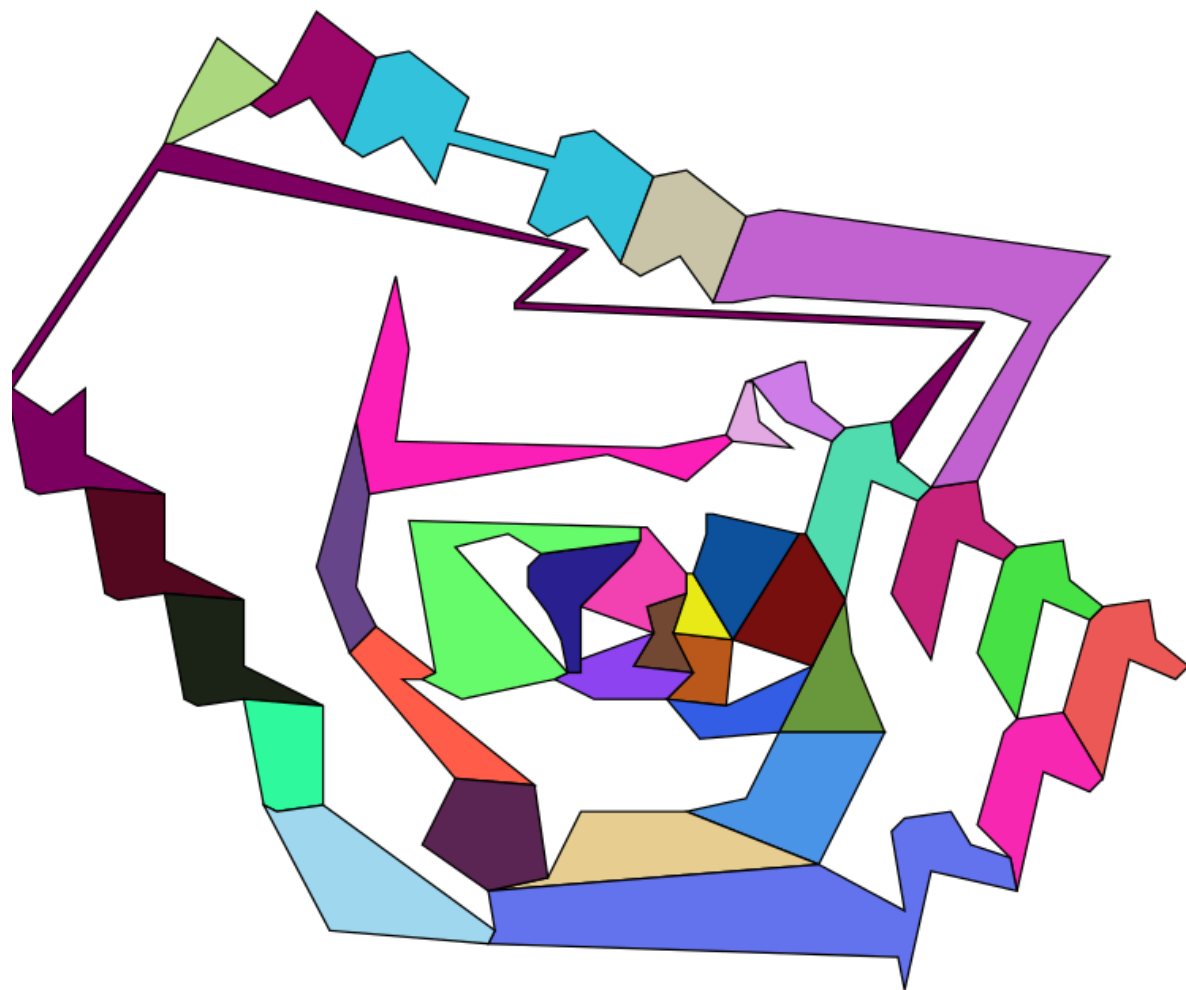


入力例

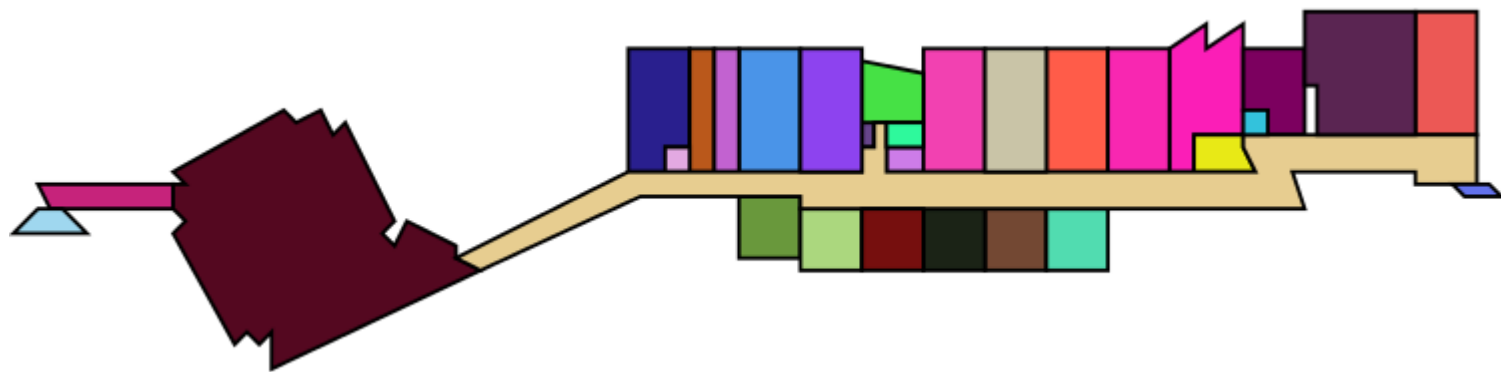
- ▶ 次数が全て3以上



入力例



入力例



入力例

